Ý tưởng, phương pháp, lược đồ thuật toán, chứng minh tính đúng, đánh giá độ phức tạp thuật toán

1. ***Bài toán***

Cho đồ thi vô hướng có trọng số G = (V, E) . Tìm cây khung (cây bao trùm ) nhỏ nhất của G

1. ***Ý tưởng:***

* Chiến lược tham lam: Tại mỗi bước dựng cây bao trùm, thêm vào cây cặp cạnh có trọng số bé nhất với điều kiện không tạo thành chu trình

1. ***Phương pháp:*** Thuật toán Kruskal sẽ xây dựng tập cạnh E của cây bao trùm nhỏ nhất theo từng bước. Trước hết sắp xếp sắp xếp các cạnh của đồ thị G theo thứ tự tăng dần của trọng số. Bắt đầu với cây rỗng, ở mỗi bước ta duyệt trong danh sách cạnh đã sắp xếp, để tìm ra cạnh mà việc bổ sung nó vào tập E không tạo thành chu trình trong tập này. Thuật toán sẽ kết thúc khi ta thu được tập E có n-1 cạnh. Cụ thể như sau:

* Bắt đầu từ đồ thị rỗng T
* Sắp xếp các cạnh của G theo thứ tự tăng dần
* Bắt đầu từ cạnh đầu tiên của dãy này, ta thêm dần các cạnh của dãy đã được sắp vào T theo nguyên tắc cạnh thêm vào không được tạo thành chu trinh trong T
* Lặp lại quá trình thêm cho đến khi số cạnh trong T bằng n-1 ta thu được cây bao trùm nhỏ nhất cần tìm

1. ***Lược đồ thuật toán***

Kruskal (G)

Emoi = <Sắp xếp E(tập cạnh) theo trọng số tăng>;

T = ;// cay bao trum T

k = 0;// dem so canh trong cay T

m = socanh;

n = sodinh;

while(k < n)

for(i=1 .. m)

if(!Emoi[i]) // chua xet den cap canh Emoi[i]

if((T Emoi[i]) ko thanh chu trinh)

T = T Emoi[i];

break;

end

end

endfor

k++;

endwhile

if(k = n-1) return T;

else <Do thi ko lien thong>;

End.

1. ***Chứng minh tính đúng của thuật toán:***

Gồm 2 phần: chứng minh kết quả thuật toán là một cây bao trùm và cây bao trùm đó nhỏ nhất

1. *Cây bao trùm:* Cây T được tạo ra bằng cách thêm dần từng cạnh mà không tạo thành chu trình. Kết thúc chương trình, T là cây bao trùm.
2. *Nhỏ nhất:*

Ta chứng minh mệnh đề P sau đây:

Nếu F là tập hợp các cạnh đã chọn tại bất kỳ thời điểm nào trong quá trình thực thi thuật toán thì tồn tại cây bao trùm nhỏ nhất chứa F.

*Chứng minh bằng quy nạp:*

* Bắt đầu thuật toán: F rỗng => P đúng.
* Giả sử P là đúng cho một tập hợp F và T là 1 cây bao trùm nhỏ nhất chứa F.

Cạnh được thêm vào là e. (Để thỏa mãn đi qua tất cả các đỉnh)

TH1: e nằm trong T thì P đúng cho F + e. T là cây bao trùm nhỏ nhất cần tìm

TH2: e không nằm trong T.

Thêm e vào T.

+ T không tạo thành chu trình. Trường hợp e có 1 đỉnh thuộc T và 1 đỉnh không thuộc T=> T +e là cây bao trùm nhỏ nhất cần tìm

+ T tạo thành chu trình. Tồn tại cạnh f nằm trên chu trình C mà không thuộc tập cạnh F. Phải tồn tại cạnh này vì nếu không có thì F đã chứa tất cả các đỉnh thuộc cây. Vô lý vì vẫn đang phải thêm e vào.

Chứng tỏ tồn tại f=> cây bao trùm là T – f + e là cây bao trùm nhỏ nhất chứa F + e vì f không thể nhỏ hơn e vì nếu f nhỏ hơn e thì thuật toán Kruskal đã thêm f vào trước.

* Như vậy, P đúng khi thuật toán kết thúc.

1. ***Đánh giá thuật toán***

Trước tiên ta sắp xếp các cạnh của đồ thị. Việc sắp xếp này có độ phức tạp O(). Với m là số cạnh. Việc duyệt tất cả các cạnh để thêm các cạnh có trọng số nhỏ nhất có độ phức tập O((n-1)\*m). Vậy độ phức tạp của thuật toán bằng O(max())